Chap 11－4

函数项级数

11.4.1 函数项级数及其敛散性

设 $u_n(x)$ $(n=1,2,\cdots)$ 是定义在数集$\boldsymbol{X}$ 上的函数列，则称 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 为函数项级数, 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x_0)$ 收敛，称 x_0 是 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 的一个收敛点, 否则称 x_0 是 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 的发散点

$\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 的全体收敛点组成的集合I 称为它的收敛域, 在收敛域I 的每个$\boldsymbol{x}$，记 $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 称为 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 的和函数

与数项级数类似

$$S_n(x)=\sum_{k=1}^{n}u_k(x)$$

称为 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x)$ 的部分和(函数), 在收敛域

$$\lim_{n\to\infty}S_n(x)=S(x)$$

而将

$$r_n(x)=\sum_{k=n+1}^{\infty}u_n(x)$$

称为函数项级数的余和，显然 $\lim_{n\to\infty}r_n(x)=0$

例　考察函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1}$ 的收敛域

例　　讨论函数项级数的收敛域:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{n}$　　　2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n}}{1+x^{2n}}$

(采用讨论数项级数敛散性的方法)

H.W

习题11　　14（1）（2）（3）