

Chap 11 — 3

任意项级数的收敛性

11.3.1 交错级数收敛性的判别

一. 交错级数

各项正负相间的级数称为**交错级数**, 其形式为 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ 或 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ (其中 $u_n > 0$)

二. Leibniz判别法

若交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ (其中 $u_n > 0$) 满足

(1) $u_{n+1} \leq u_n$, (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$; 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ 收敛

且其余和的绝对值小于 u_{n+1} , 即 $\left| \sum_{k=n+1}^{\infty} u_k \right| < u_{n+1}$

例 判别下列级数的敛散性：

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^{\alpha}} \quad (\alpha > 0)$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$$

11.3.2 绝对收敛与条件收敛

一. 绝对收敛与条件收敛

若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛, 则称 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ **绝对收敛**;

若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 发散, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则称级数

$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ **条件收敛**

命题 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

例 判别级数敛散性, 并指出收敛类型

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+1}}{n}$$

H.W

习题11

12 (1) (2) (4) (5)

13 (1) (2) (3) (4) (6)